

शिक्षकों के लिए संख्या का वर्ग – एक गतिविधि

उमा श्रीवास्तव*

विश्वेन्द्र श्रीवास्तव**

किसी संख्या का वर्ग गुणन संक्रिया है जिसमें किसी संख्या का उसी संख्या में गुणा किया जाता है। इस विधि द्वारा छोटी संख्याओं का वर्ग करना तो सरल है, किंतु बड़ी संख्याओं (जैसे तीन या तीन से अधिक अंकों की संख्या) का वर्ग गुणन विधि द्वारा किया जाना, लंबी प्रक्रिया हो जाती है। यहाँ प्रस्तुत है शिक्षकों के लिए एक गतिविधि जिसका उपयोग गणित शिक्षण में विद्यार्थियों को वर्ग की आवश्यकता समझाते समय किया जा सकता है। शोध पत्र में बड़ी से बड़ी संख्या का वर्ग सरल और छोटी प्रक्रिया द्वारा किये जाने हेतु सूत्र पर कार्य किया गया है।

गणित में किसी संख्या का वर्ग, जिसे पूर्ण वर्ग भी कहते हैं, एक प्राकृत संख्या होती है। सामान्य रूप में वर्ग का अर्थ है किसी संख्या का उसी संख्या में गुणा करना। जैसे 16 एक पूर्ण वर्ग है जिसे 4×4 भी लिखा जा सकता है किंतु वर्ग के रूप में इसे 4^2 अर्थात् 4 का वर्ग लिखा जाता है।

वर्ग का सूत्र : किसी संख्या n का वर्ग $n \times n$ नहीं, बल्कि घातांक n^2 जिसे सामान्य रूप में “ n का वर्ग” उच्चारित किया जाता है। संख्या के वर्ग के कुछ नियम होते हैं, जो निम्नांकित हैं :

- किसी संख्या का वर्ग सदैव धनात्मक ही होता है।
- किसी धनात्मक संख्या, जिसका भाजक एक को छोड़ कोई अन्य पूर्ण वर्ग नहीं है, वर्ग मुक्त होती है।

- शून्य का वर्ग $0^2=0$ होता है, जिसे शून्य वर्ग कहते हैं।
- पूर्ण वर्ग परिमेय संख्या का मान दोनों आनुपातिक संख्याओं का वर्ग होता है। जैसे $4/9 = 2^2/3^2=(2/3)^2$
- पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक सदैव 0, 1, 4, 5, 6, 9 होता है।

पूर्व में प्रचलित विधियाँ : संख्या का वर्ग करने हेतु पूर्व में कई विधियाँ प्रचलित हैं। जैसे-

- किसी संख्या (n) का उसी संख्या (n) में गुणा करना अर्थात् $n \times n = n^2$
जैसे - $4^2=4 \times 4=16$
- प्रथम उतने विषम अंकों का योग करना जिसका वर्ग ज्ञात करना है।
जैसे - $4^2=1+3+5+7=16$ (प्रथम चार

* वरिष्ठ व्याख्याता, जिला शिक्षा एवं प्रशिक्षण संस्थान, देवास, म.प्र.

** शिक्षक, माध्यमिक शाला, तमखान, खातेगाँव, जिला देवास म.प्र.

विषम अंकों का योग)

इसी प्रकार, $5^2 = 1+3+5+7+9=25$ (प्रथम पाँच विषम अंकों का योग),

अर्थात् सूत्र के रूप में,

$$n$$

$$n^2 = \sum_{k=1}^n (2k-1)$$

$$k=1$$

- इसके अतिरिक्त Recursive विधि के अनुसार किसी संख्या का वर्ग उसकी पूर्व संख्याओं के वर्गों के द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है।

$$\begin{aligned} \text{जैसे- } n^2 &= (n-1)^2 + (2n-1), \\ 5^2 &= (5-1)^2 + (2 \times 5 - 1) \\ &= (4^2 + 2 \times 5 - 1) \\ &= 16 + (10 - 1) \\ &= 16 + 9 \\ &= 25 \end{aligned}$$

उक्त समस्त विधियों द्वारा छोटी संख्याओं का वर्ग सरलता से ज्ञात किया जा सकता है, किंतु बड़ी संख्याओं के लिए यह एक लंबी प्रक्रिया हो जाती है

वैदिक विधि द्वारा : इन विधियों के अतिरिक्त वैदिक विधि द्वारा भी संख्या का वर्ग ज्ञात करना प्रचलन में है। जैसे -

1. निखलम् सूत्र द्वारा, जैसे-

$$9^2 = 9-1$$

$$9-1 \quad 10 \text{ को आधार मानकर}$$

$$8/1=81$$

इसी प्रकार

$$91^2 = 91-9$$

$$91-9 \quad 100 \text{ को आधार मानकर}$$

$$82/81=8281$$

$$988^2 = 988-12$$

$$988-12 \quad 1000 \text{ को आधार मानकर}$$

$$976/144 = 976144$$

इसके अतिरिक्त 50 को आधार मानकर

$$41^2 = 41-9$$

$$41-9 \quad 50 \text{ को आधार मानकर}$$

$$2)32/81$$

$$\frac{3}{4} 1681$$

2. उर्ध्वतिर्यकम् सूत्र द्वारा, जैसे-

$$41^2 = 41$$

$$\times 41$$

$$16/4+4/1$$

$$= 1681$$

- पहले बाएँ अंक 4 का 4 में गुणा करेंगे, 16 आयेगा।
- फिर 4 का 1 और 1 का 4 में गुणा करके आपस में जोड़ेंगे, 8 आया।
- अब 1 का 1 में गुणा करेंगे, प्राप्त उत्तर 1681 होगा।

वर्ग करने की अन्य विशेष विधियाँ

एक न्यूनेन पूर्वेण विधि : इस विधि द्वारा 9 से बनी संख्याओं जैसे 9, 99, 999..... आदि का वर्ग सरलता से ज्ञात किया जा सकता है, जैसे -

$$99^2 = 99 \times 99$$

$$98/01$$

$$= 9801$$

व्याख्या : बायाँ भाग 99 से एक न्यून अर्थात् 98,

$$\text{दायाँ भाग } 99-98 = 01$$

$$\text{अतः } 99^2 = 9801$$

इसी प्रकार ,

$$999^2 = 999 \times 999$$

$$998/001$$

$$= 998001$$

व्याख्या : बायाँ भाग 999 से एक न्यून अर्थात् 998,

$$\text{दायाँ भाग } 999-998 = 001$$

$$\text{अतः } 999^2 = 998001$$

3. एकाधिकेन पूर्वेण विधि : इस विधि द्वारा उन संख्याओं का वर्ग ज्ञात किया जाता है जिनके इकाई के स्थान पर 5 होता है।

$$\text{जैसे — } 85^2 = 85 \times 85$$

$$72/25$$

$$= 7225$$

व्याख्या : बायाँ भाग दहाई का अंक×दहाई के अंक से एक अधिक,

$$= 8 \times 7$$

$$= 72$$

दायाँ भाग इकाई का वर्ग,

$$= 5 \times 5$$

$$= 25$$

$$\text{अतः } 85^2 = 7225$$

उक्त समस्त विधियों के अतिरिक्त शोधकर्ताओं द्वारा एक नवीन सूत्र पर कार्य किया गया जिसकी

सहायता से सरलतापूर्वक बड़ी से बड़ी संख्याओं का वर्ग ज्ञात किया जा सकता है। इस सूत्र में निम्न विशेषतायें हैं —

- संख्याओं के अनुसार इसके उपयोग के नियम नहीं परिवर्तित होते हैं।
- इस सूत्र के द्वारा दशमलव वाली संख्याओं का वर्ग भी आसानी से ज्ञात किया जा सकता है।

$$\text{यह सूत्र है, } n^2 = a[n+b^2]/b^2,$$

जहाँ, n = संख्या जिसका वर्ग किया जाना है, a = संख्या के इकाई अंक को छोड़कर शेष अंक, b = संख्या का इकाई अंक, $b^2 = /$ के पूर्व प्राप्त संख्या में इकाई के स्थान से जोड़ना उदाहरण - $n = 64$ यहाँ पर $a = 6$, $b =$

4, सूत्र में मान रखने पर,

$$(64)^2 = 6(64+4) / 4^2$$

$$= 6(68) / 16$$

$$= 408 / 16$$

$= 4096$ [16 को 408 में इकाई के स्थान से जोड़ने पर,

इसी प्रकार,

$n = 125$ यहाँ पर $a = 12$, $b = 5$, सूत्र में मान रखने पर,

$$(125)^2 = 12(125+5) / 5^2$$

$$= 12(130) / 25$$

$$= 1560 / 25$$

$= 15625$ [25 को 1560 में इकाई के स्थान से जोड़ने पर,

इसके अतिरिक्त दशमलव के अंकों का भी वर्ग इस सूत्र के द्वारा सरल तरीके से ज्ञात किया जा सकता है। इसके लिए दशमलव के पश्चात्

वाले अंक को b तथा शेष अंक को a माना गया।

उदाहरण - $n = 6.5$ यहाँ पर $a = 6$, $b = .5$, सूत्र में मान रखने पर,

$$\begin{aligned}(6.5)^2 &= 6(6.5+.5) / .5^2 \\ &= 6(7) / .25 \\ &= 42 / .25 \\ &= 42.25 \text{ [.25 को 42 में जोड़ने पर]}\end{aligned}$$

इसी प्रकार,

$n = 12.5$ यहाँ पर $a = 12$, $b = .5$, सूत्र में मान रखने पर,

$$\begin{aligned}(12.5)^2 &= 12(12.5+.5) / .5^2 \\ &= 12(13) / .25 \\ &= 156 / .25 \\ &= 156.25 \text{ [.25 को 156 में जोड़ने पर,}\end{aligned}$$

इसी प्रकार,

$n = 125.1$ यहाँ पर $a = 125$, $b = .1$, सूत्र में मान रखने पर,

$$\begin{aligned}(125.1)^2 &= 125(125.1+.1) / .1^2 \\ &= 125(125.2) / .01 \\ &= 15650 / .01 \\ &= 15650.01 \text{ [.01 को 15650 में}\end{aligned}$$

जोड़ने पर

इस प्रकार इस सूत्र की सहायता से संख्याओं का वर्ग आसानी से निकाला जा सकता है।

उपयोगिता

प्राथमिक व माध्यमिक शालाओं में पढ़ने वाले विद्यार्थियों को संख्या के वर्ग की अवधारणा स्पष्ट की जानी अत्यंत आवश्यक है। इसके अतिरिक्त उन्हें संख्या का वर्ग निकालने के लिए विभिन्न तरीकों से अवगत कराना भी आवश्यक है। प्रस्तुत सूत्र की सहायता से भी विभिन्न संख्याओं का वर्ग निकाल कर अभ्यास किया जाना चाहिए। इसके अतिरिक्त दशमलव वाली संख्याओं के वर्ग निकालने के लिए भी यह सूत्र अधिक उपयोगी हो सकता है।

संदर्भ

- अग्रवाल, वासुदेव शरण. 2002. *वैदिक गणित*. मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स प्राइवेट लिमिटेड. नयी दिल्ली.
म.प्र. राज्य शिक्षा केंद्र. 2007. *गणित कक्षा 8*. मध्यप्रदेश पाठ्यपुस्तक निगम, भोपाल म. प्र.
भाटिया, डी. 2012. *वैदिक मैथेमेटिक्स मेड ईज़ी*. जैको पब्लिशिंग हाउस, मुंबई
Square number, Wikipedia, Internet