

## कक्षा सात के बच्चों के साथ बीज गणित पर बातचीत

सार

बीज गणित की कई अमूर्त धारणाएं बच्चों को इसलिए कठिन लगती हैं, क्योंकि उनके विषय में बच्चों को हम न तो प्रश्न करने का अवसर देते हैं और न ही उनसे बात करते हैं। इस शोध पत्र में उत्तरकाशी के नॉर्गुर ब्लॉक के एक स्कूल में किए गए कार्य का विश्लेषण है। यह देखा गया है कि संवाद व खोजने के अवसरों से बच्चे अमूर्त धारणाओं से जूझ पाते हैं। सब बच्चे चर्चा में भाग लेते हैं व योगदान देते हैं यदि उन्हें मौका और माहौल मिले।

मुझे गणित की कार्यशाला के पश्चात कुछ असाइनमेंट्स करने थे जिनमें से एक था कक्षा सात के बच्चों के साथ बीजगणित पर बातचीत। इसके लिए विद्यालय का चुनाव करना था तो जो सबसे पहला और एकमात्र नाम मेरे जेहन में आया वह था उच्च प्राथमिक विद्यालय गोना का जो, कि उत्तरकाशी के नौगाँव ब्लॉक के गडोली संकुल में स्थित है। मैंने कक्षा सात में विद्यार्थियों की संख्या पूछी तो पंद्रह बताई गई जो कि मेरे कार्य के लिए पर्याप्त थी।

तैयारी के तौर पर एक कार्ययोजना बनायी जिसमें बच्चों के तीन समूह बनाकर उन्हें कार्य दिया जाना तथा उसके बाद सभी के साथ बातचीत करना तय किया। इस कार्य हेतु तीन वर्कशीट्स बनायी और कुछ सवालियों को बना जिस पर बच्चों के साथ बातचीत शुरू की जा सके। तीनों वर्कशीट्स को बनाने के आधार निम्न थे:

अ) पहले समूह को 'सूरज' नाम दिया तथा उनके लिए जो वर्कशीट तैयार की उसका उद्देश्य यह जानना था कि बच्चे संक्रियाओं के सरलीकरण को कितना समझते हैं, तथा 'अनंत' जैसे शब्दों को कैसे समझते हैं। यह इसलिए रखा गया क्योंकि अनंत तक की समझ के लिए हमें कुछ मूलभूत नियम या सूत्रों की आवश्यकता पड़ती है जिसे बीजगणित के द्वारा बेहतर समझा जा सकता है।

आ) दूसरे समूह का नाम 'चाँद' दिया तथा उनकी वर्कशीट का उद्देश्य यह था कि बच्चे संक्रियाओं को दैनिक जीवन की समस्याओं से कैसे जोड़ते हैं तथा वे इन समस्याओं के निदान के क्या तरीके सोचते हैं।

साथ ही यह भी जानना था कि संख्या के स्थान पर अक्षरों के प्रयोग से वे कितना परिचित हैं।

इ) तीसरे समूह का नाम 'तारे' दिया तथा उनकी वर्कशीट का उद्देश्य यह जानना था कि बच्चे मापन में इस्तेमाल होने वाले सूत्रों को कितना अच्छे से समझते हैं।

इस पूरी गतिविधि एवं बातचीत के लिए बच्चों के साथ एक घंटे के समय का अनुमान लगाया।

### पहला दिन:

विद्यालय में पहुँचने पर देखा बच्चे कुछ-कुछ काम कर रहे थे। कुछ ने विद्यालय की सफाई संभाल रखी थी तो कुछ ने पानी भरने की। कुछ बच्चे रास्ते से आ रहे थे और कुछ और मुझे देखकर शरमाते हुए कानाफूसी कर रहे थे। एक बच्चे ने आकर गुरुजी की ओर देखा और उनका इशारा मिलते ही घंटी बजा डाली। कक्षा की घंटी लगी और सभी बच्चे अपनी-अपनी कक्षाओं में चले गए। मैं नीचे कक्षा में पहुँचा तो देखा दस बच्चे थे, जिनमें से सात लड़कियाँ और तीन लड़के थे, बाकी के पांच बच्चे आज अनुपस्थित थे।

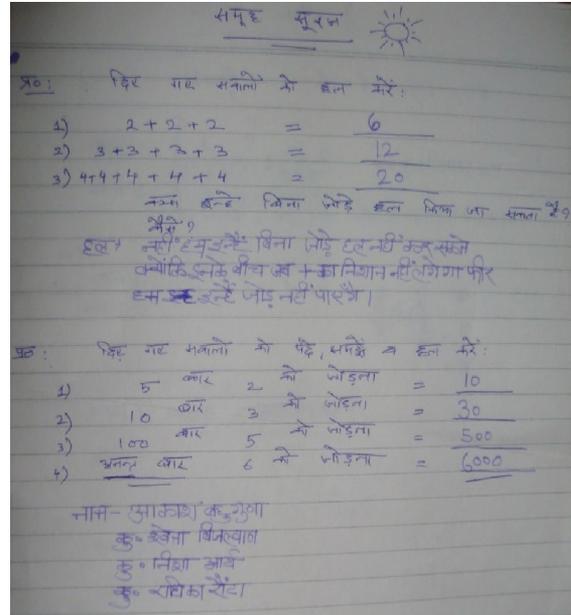
मुझे देखकर कुछ बच्चे पहचान गए और कुछ आँखें चुराकर एक दूसरे को इशारा करने लगे। मैंने बातचीत की शुरुआत यह पूछकर की कि कितने बच्चे मुझे पहचानते हैं, जवाब में तीन बच्चों ने हाथ उठाया। मैंने पूछा मेरा नाम क्या है तो वे बोले, 'जी यश सर जी'। मुझे अच्छा लगा कि इतने लम्बे अंतराल के बाद भी बच्चों ने मुझे और मेरे नाम को याद रखा। इसके बाद मैंने उनका परिचय लिया, जिसपर वो एक-एक कर खड़े होकर, अपने हाथों

को फोल्ड कर एक ही लय में बताते गए, 'जी मेरा नाम काजल राणा है जी', 'जी मेरा नाम मुकेश भट्ट है जी'..... मैंने उनसे पूछा कि किस-किस को गणित अच्छी लगती है? तो सबने अपने हाथ उठाये, रमिता का हाथ नीचे था पर सबने उसको इशारों में समझाया तो उसने भी झेंपते हुए अपना हाथ उठा ही लिया। अब मुझे अपना काम भी करना था, सो मैंने उन्हें बोला, 'चलो एक काम करते हैं तीन समूह बनाते हैं और कुछ-कुछ काम करते हैं और फिर बातचीत करेंगे, ठीक है?'। बच्चों ने कहा, 'ठीक है जी'। मैंने उनसे बोला तीन समूह बनाने के लिए तो उन्होंने तीन लड़कों का अलग, तीन लड़कियों का अलग और चार लड़कियों का अलग समूह बना लिया। मैंने पूछा ऐसा क्यों बोले, 'जी वो हम साथ ही रहते हैं इसलिए'। मैंने तीनों लड़कों को तीन समूह में बांटा और ऐसे ही लड़कियों को भी बांटकर नए समूह बनाए और पूछा, 'ऐसे में कोई परेशानी तो नहीं होगी?' तो उन्होंने अपने-अपने सिर नहीं में हिलाए। मैंने कहा, 'अब देखो काम क्या करना है, मेरे पास तीन कागज हैं जिनपर कुछ काम लिखा है जो समूह को मिलकर करना होगा और उसके बाद हम कुछ बातचीत करेंगे। तीनों कागजों के नाम भी हैं; सूरज तारे और चाँद, तो तुममें से कौन क्या लेना चाहेगा?' आकाश बोला, 'जी हमें सूरज' और काजल बोली, 'हमें तारे जी'। तीसरा समूह नहीं बोला क्योंकि उन्हें पता था के उन्हें तीसरा यानि चाँद लेना ही पड़ेगा। अब मैंने तीनों समूहों को अलग अलग वर्कशीट दी, और कहा, 'इसमें दिए गए सवालों को समूह में बात कर हल करें और फिर हम मिलकर बातचीत करेंगे और इसके लिए हमारे पास हैं पन्द्रह मिनट। तीनों समूह सवालों को पढ़ने लगे। तीनों समूहों ने कुछ इस प्रकार काम किया:

### समूह सूरज:

इस समूह की बातचीत को आकाश लीड कर रहा था। उसने सब से सभी सवालों पर राय ली और फिर कागज पर भरा। दो सवालों पर उनको थोड़ी दिक्कत हुई; क्या बिना जोड़े सवाल हल नहीं हो सकता और दूसरा अनंत का मतलब क्या होता है? पहले सवाल पर बातचीत में श्वेता ने बोला, 'अरे बिना जोड़े कैसे करेंगे, इसमें तो '+'

का निशान भी है'। अब आकाश ने जोड़ा, 'यदि निशान नहीं होगा तो हमें पता कैसे चलेगा कि करना क्या है, इसलिए हमें इस सवाल को जोड़कर ही करना होगा'। दूसरे सवाल पर आकाश ने अपनी टिप्पणी दी, 'अनंत का मतलब होता है सबसे बड़ा, और सबसे बड़ा होता है हजार, तो यहाँ पर उत्तर आएगा छह गुना हजार यानि छह हजार'। इस पर सबने सहमति में अपना सिर हिलाया और आकाश ने उसे कागज पर लिख दिया।



### समूह चाँद:

इस समूह को लीड करने का काम आँचल ने लिया और उसने सवाल पढ़ना शुरू किया। यहाँ पर संक्रियाओं शब्द पर समस्या आ रही थी और ये तय करना मुश्किल हो रहा था कि करना क्या है। रमिता जो की बाकी के दो समूहों को देखे जा रही थी बार बार बोल रही थी, 'जल्दी लिख ना, वरना हम पीछे रह जायेंगे'। पहले सवाल पर आँचल बोली, 'तीन और चार सात तो पांच और दो भी तो सात होते हैं'। बाकि दोनों बोले लिख-लिखा सो आँचल ने लिख दिया। अब आँचल, रोशन और रमिता फिर फुसफुसाने लगे। मैंने उनसे आखिरकार पूछ ही लिया, 'क्या हुआ सवाल समझ नहीं आ रहा है क्या?'। इस पर वो बोले 'जी सर जी'। मैंने उन्हें बताया, 'तुम्हें इन सवालों पर सवाल बनाने हैं। जैसे  $3+4=7$ , का सवाल हो सकता



मतलब क्या होता है?’ आकाश बोला, ‘जी सबसे बड़ा’। मैंने पूछा, ‘तो सबसे बड़ी संख्या कौन सी हुई?’ आकाश बोला, ‘जी हजार जी’, इसपर काजल बोली, ‘नहीं जी हजार से बड़ा तो लाख होता है’। इस पर सबने जोड़ना शुरू किया, जी लाख से बड़ा करोड़ और करोड़ से बड़ा अरब होता है। एक और ने जोड़ा, ‘सबसे बड़ा तो शंख और महाशंख होता है’। मैंने पूछा, ‘कैसे पता?’ तो बोले, ‘जी सर जी ने बताया है जी’। अब मैंने पूछा, ‘महाशंख में कितने शून्य होते हैं?’ तो सभी गिनती करने लगे और फिर आकाश बोला, ‘जी पंद्रह’। मैंने कहा, ‘क्या कोई संख्या 1000000000000000 से बड़ी हो सकती है?’ ‘जी नहीं सर जी’, मैंने बोला, ‘क्या 1000000000000000 में 1 को जोड़ सकते हैं?’ तो कुछ मिलकर बोले, ‘जी नहीं जी’। मैंने कहा, ‘अच्छा तो दस में एक जोड़कर क्या बनता है?’ वो बोले जी ग्यारह। मैंने फिर पूछा, ‘सौ में एक जोड़कर?’ वो बोले जी एक सौ एक। मैंने कहा कि ऐसे ही लाख में एक जोड़कर क्या बनेगा? वो बोले जी एक लाख एक। इस पर मैंने पूछा, ‘तो अब बताओ महाशंख में एक जोड़ेंगे तो क्या बनेगा?’ वो बोले जी महाशंख एक। मैंने पूछा, ‘तो महाशंख बड़ा हुआ या महाशंख एक?’ वो बोले जी महाशंख एक। ‘तो क्या महाशंख सबसे बड़ी संख्या हुई?’ जी नहीं जी बच्चों का जवाब था। तो मैंने बोला, ‘तो इसका मतलब कोई भी संख्या सबसे बड़ी नहीं हो सकती क्योंकि उसमें एक के जुड़ने की संभावना रहती है’। यानी के अनंत संख्या का मतलब वो संख्या हुई जिसके आगे के शून्यों की कोई सीमा नहीं होती है। सबने अपने सिर सहमति में हिलाए। मेरा एक काम पूरा हुआ, मैंने अब उनसे कहा, ‘अगर 6 को अनंत बार जोड़ेंगे तो क्या मिलेगा?’ वो बोले जी कुछ नहीं। मैंने कहा क्या मतलब? तो बोले 6 को अनंत बार जोड़ने से कुछ नहीं मिलेगा क्योंकि अनंत को लिख तो सकते नहीं हैं’। इस पर मैंने कहा, ‘मान लो B एक अनंत संख्या है तो 6 गुना B क्या होगा?’ तो वे बोले जी  $6 \times B$ । ‘ठीक है, अब आगे बढ़ते हैं’। समूह तारे से काजल ने ही सवालियों को पढ़ा और उनके उत्तर भी पढ़े। इनसे मैंने तीसरे प्रश्न के बारे में पूछा, ‘लम्बाई और चौड़ाई की मदद से आप कौन-कौन सी

जानकारी ज्ञात कर सकते हो?’ इसपर काजल ने कहा, ‘जी लम्बाई गुना चौड़ाई’। ‘तो लम्बाई गुना चौड़ाई से क्या निकलता है?’ मैंने पूछा। ‘जी क्षेत्रफल’ इस बार आँचल बोली। ‘तो और क्या क्या निकल सकता है?’ सभी शांत होकर बैठ गए। बड़ा गहरा सन्नाटा था... मैंने हंसते हुए बोला, ‘इतना सन्नाटा क्यों है भाई? अरे मैं तो ये जानना चाह रहा था कि क्या तुमने दो गुना लम्बाई धन चौड़ाई कही पढ़ा है?’। ‘जी सर जी, परिमाण में’ आकाश बोला। ‘तो इसका मतलब हुआ कि हम लम्बाई और चौड़ाई की मदद से क्षेत्रफल और परिमाण निकाल सकते हैं?’ मैंने कहा। ‘जी’ सब मिलकर बोले। ‘चलो आगे बढ़ते हैं तीसरे समूह चाँद ने क्या किया है उनसे सुनते हैं’ मैंने कहा।

चाँद समूह से आँचल ने ही सवालियों को पढ़ा और जवाब भी। अब मैंने बड़े समूह से पूछा, ‘अच्छा क्या तुम लोग भी  $5+7$  पर सवाल बना सकते हो?’। ‘जी सर जी’ कुछ आवाजें आईं। ‘अच्छा तो क्या तुम लोग ये बता सकते हो कि जैसे  $3+4=7$  का मतलब था कि किसी के पास तीन चीजें थी और किसी और के पास चार तो दोनों को मिलाकर कुल सात चीजें हो गयीं, इसी तरह  $10+B=15$  का मतलब क्या होगा?’। सभी सोच में पड़ गए। मैंने कहा, ‘चलो ये मैं बताता हूँ, आँचल के पास दस सेब हैं और मेरे पास B सेब, और हम दोनों के पास कुल मिलाकर पंद्रह सेब हैं। अब तुम बताओ इसी तरह  $a+b=10$  का मतलब क्या हो सकता है?’। इसपर आकाश थोड़ा सा सहमकर बोला, ‘जी मेरे पास a सेब हैं और आपके पास b और हम दोनों के पास कुल मिलाकर दस सेब हैं’। ‘बहुत अच्छे आज के लिए इतना बहुत है, कल फिर मिलेंगे, ठीक है?’ ‘जी सर जी, कल आप फिर से आना’।

**दूसरा दिन:** आज बच्चों की संख्या कल से कम थी और खासकर कक्षा सात के जाने पहचाने कुछ ही चेहरे दिख रहे थे। मैं कक्षा कक्ष में पहुंचा, तो देखा आज, कल वाले सभी बालक अनुपस्थित थे; रोशन, आकाश और मुकेश। पूछा तो बालिकाओं ने पता नहीं के भाव से जवाब दिया। खैर मैंने सात बालिकाओं के साथ ही बातचीत शुरू करना तय किया।

मैंने उनसे पूछा, 'अगर मेरी उम्र राधिका की उम्र से तीस वर्ष अधिक है और यदि राधिका की उम्र बारह वर्ष है, तो बताओ मेरी उम्र कितनी है?' थोड़ी देर एक दूसरे से बात कर आँचल बोली, 'जी बयालीस वर्ष'। मैंने कहा कैसे तो बोली, 'जी वो बारह में तीस जोड़ कर बयालीस ही आता है'। मैंने कहा, 'अगर इसे कॉपी पर हल करना हो तो कैसे करेंगे?'। मैंने कॉपी उनके आगे बढ़ा दी तो उनमें से एक ने ऐसे लिखा:

$$12+30=42$$

मैंने पूछा, 'क्या इस तरह के इबारती सवालों को किसी और तरीके से लिख सकते हैं?'। शायद उनको मेरा सवाल समझ नहीं आया। मैंने उनसे कॉपी ली और उसपर कुछ ऐसे बोलते हुए लिखा:

$$\begin{aligned} \text{मेरी उम्र} &= \text{राधिका की उम्र} + 30 \\ &= 12 + 30 \\ &= 42 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

तो इसपर सभी बोले, 'जी ठीक है'। मैंने फिर पूछा, 'क्या इसे किसी और तरीके से कर सकते हैं?' इस बार फिर सन्नाटा सा छा गया। मैंने फिर कॉपी में बोलते हुए लिखना शुरू किया, सभी के सिर जुड़कर कॉपी के ऊपर आ गए। मैंने लिखा:

$$\begin{aligned} \text{माना मेरी उम्र} &= a \text{ वर्ष} \\ \text{राधिका की उम्र} &= b \text{ वर्ष} \\ \text{तो,} \\ a &= b + 30 \end{aligned}$$

'क्या ये सही लिखा है?' मैंने पूछा। वो बोले, 'जी सर जी'। मैंने आगे लिखा:

$$\begin{aligned} \text{चूँकि } b &= 12 \text{ वर्ष} \\ \text{तो, } a &= 12 + 30 \\ a &= 42 \end{aligned}$$

यानि, मेरी उम्र = a वर्ष = 42 वर्ष

मैंने कहा, 'समझ में आया कुछ?' वो बोलीं, 'जी सर जी'। इसके बाद मैंने एक सवाल और हल करके दिखाया, सवाल था:

आँचल की ऊँचाई काजल की ऊँचाई से दो सेंटीमीटर अधिक है। यदि आँचल की ऊँचाई 122 सेंटीमीटर है तो बताओ काजल की ऊँचाई कितनी होगी?

अब मैंने एक सवाल बोला और उनसे हल करने को कहा। सवाल था:

यश के पास रमिता से पचास रुपये अधिक हैं और श्वेता के पास रमिता से बीस रुपये कम हैं। यदि रमिता के पास तीस रुपये है तो यश और श्वेता के पास कितने रुपये हैं?

इसपर उन्होंने आपस में बातचीत कर कॉपी में ये लिखा:

$$\begin{aligned} \text{यश के पास} &= 50 \text{ रुपये} \\ \text{श्वेता के पास} &= 10 \text{ रुपये} \\ \text{रमिता के पास} &= 30 \text{ रुपये} \end{aligned}$$

मैंने उनसे पूछा, 'ये उत्तर कैसे आया?' तो आँचल बोली, 'सर जी रमिता के पास तीस रुपये तो श्वेता के पास बीस रुपये कम यानि दस रुपये होंगे'। मैंने कहा, 'और यश के पास पचास कैसे?' तो वो बोली, 'अम्म पता नहीं ज्यादा होंगे'। मैंने एक बार फिर उन्हें सवाल हल करके दिखाया। मुझे लगा उन्हें समीकरण हल करने में दिक्कत हो रही है सो मैंने उन्हें सरल समीकरण हल करवाए। जैसे:  $a - 3 = 6$ ,  $-2 + b = 8$ ,  $5 + p - 3 = 6$  आदि।

अब मैंने आगे बढ़ने के लिए नया सवाल पूछा, 'अच्छा अब ये बताओ कि एक सौ धन दो सौ बराबर कितना होता है?' उन्होंने मिलकर कहा, 'जी तीन सौ'

मैंने पूछा, 'तो दो सौ धन एक सौ बराबर कितना होगा?' वो बोले, 'जी तीन सौ ही होगा'

ऐसे ही मैंने एक और सवाल पूछा, 'तीन धन दो बराबर कितना?' तो वो बोले, 'जी पांच'

'और दो धन तीन?' मैंने पूछा

'जी पांच ही होगा' वो बोले

मैंने कहा, 'तो इसका मतलब मैं तीन धन दो करूँ या दो धन तीन दोनों के उत्तर बराबर ही आयेगे यानी पांच। क्या मैं ठीक बोल रहा हूँ?'

आँचल बोली, 'जी सर जी, उल्टा पुल्टा कर जोड़ तो एक ही आएगा।'

‘अच्छा, तो अगर मैं पूछूँ तीन ऋण दो बराबर कितना?’ मैंने कहा

‘जी सर जी एक’ मिलकर वो बोले

मैंने पूछा, ‘तो दो ऋण तीन कितना होगा?’

रमिता बोली, ‘जी एक’ और आँचल, निशा और राधिका बोलीं, ‘जी ऋण एक होगा जी।

और फिर वो मिलाकर रमिता को समझाने लगी और फिर रमिता बोली, ‘जी सर जी ऋण एक होगा।

‘पक्का पक्का बताओ ऋण एक होगा या एक होगा?’ मैं बोला

‘जी ऋण एक ही होगा’ वो सब मिलकर बोली

मैंने कहा, ‘तो एक और ऋण एक दोनों अलग-अलग होते हैं या एक ही बात है’

‘जी नहीं सर जी दोनों अलग-अलग होते हैं। वो बोले ‘यानी के हम ये कह रहे हैं कि जोड़ने में उल्टा पुल्टा चलता है पर घटाने में नहीं। मैंने कहा

वो बोले, ‘जी सर जी’

अब मैंने काँपी पर लिखा

$$a + b = b + a$$

$$a - b = b - a$$

मैंने ऋणात्मक संख्याओं के बारे में चर्चा जानबूझकर आगे नहीं बढ़ाई क्योंकि अभी के लिए इतना ही काफी था कि वो ऋण एक और एक को अलग-अलग समझें

‘क्या मैं इसको ऐसे लिख सकता हूँ?’ मैंने पूछा

‘जी सर’ वो बोलीं।

‘तो फिर ये तो एक नियम बन गया जो कि सब पर लागू होगा।’ मैंने कहा

‘जी सर जी’ वो बोले।

‘नियम का अर्थ हमने देखा कि एक ऐसा कथन जो सभी परिस्थितियों में लागू होता हो। यानी हमने जो नियम निकाला वो योज्य प्रतिलोम का नियम है जो कि ऋण प्रतिलोम में लागू नहीं होता है। इसी प्रकार हम जब किसी नियम का प्रयोग किसी भी प्रकार के मान को ज्ञात करने के लिए करते हैं तो उसे सूत्र कहते हैं। उदाहरण के लिए परिमाण का सूत्र या क्षेत्रफल का सूत्र या आयतन का सूत्र आदि।’

आज के अपने काम को देखें तो हमने तीन बातों पर चर्चा करी:

◆ अज्ञात राशि को ज्ञात करना जो कि हमने शुरू के काम में किया जहाँ यश के पास कुछ पैसे और रमिता के पास कुछ वाले सवाल थे।

◆ नियम बनाना जिसमें हमने  $a + b = b + a$  के नियम को समझा

◆ और ये भी जाना कि नियम और सूत्र व्यापक रूप से प्रदर्शित करने में काम आते हैं

◆ आज और कल में हमने जो काम किया उसमें निम्न बातें थी:

◆ संख्याओं के स्थान पर अक्षरों का प्रयोग

◆ अक्षर संख्याओं का मान किसी परिस्थिति में तय या एक ही मान होना परन्तु किसी अन्य परिस्थिति में एक से अधिक मान की भी संभावना

◆ अक्षर का व्यापकीकरण करने के लिए उपयोग करना

◆ व्यापकीकरण नियम एवम सूत्रों द्वारा करना

ये सभी बिंदुओं का अध्ययन ‘बीजगणित’ के अंतर्गत आता है।

‘सर जी बीजगणित तो हमने पढ़ी थी, हमारे सर जी ने भी पढ़ाई थी।’ आँचल बोली

‘तो ठीक हैं हमने उसे और बेहतर से समझने की कोशिश की। चलो अब कुछ और करते हैं पर पढ़ाई नहीं। क्या करें?’ मैंने कहा

‘सर जी पिक्चर दिखा दो, आप से पहले जो आये थे उन्होंने भी दिखाई थी। वो बोलीं

मैंने बोला, ‘ठीक है, आखिरी घंटे में हम सभी मिलकर एक छोटे से बच्चे की पिक्चर देखेंगे। अंतिम घंटे में हमने मिलकर ‘Do Flowers Fly’ मूवी देखी, जिसको सभी बच्चों के साथ-साथ अध्यापकों ने भी पसंद किया। बच्चों ने तो अपने अनुभव भी लिखे और साझा करें।

**नोट:** इस कार्य को करने के पश्चात दस्तावेजीकरण करने में लगभग दो महीने का समय लगा है। इसलिए कुछ वार्तालाप में अनुमान के आधार पर बातें रखी गयी है परन्तु प्रक्रिया के दस्तावेजीकरण में किसी भी प्रकार से नयी बातों को नहीं जोड़ा गया है व उसके प्रमाण लिखने वाले के पास मौजूद हैं।