

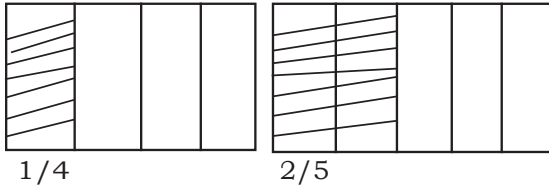
भिन्नात्मक संख्या को समझे या रटें

सार

कहते है गणित हमें तार्किक बनाता है, परन्तु इसके लिए हमें भी गणित को कई तरीको से जानने की कोशिश करनी पड़ती है। ऐसी ही एक कोशिश मैंने की खोजबीन से यह जानने की कि भिन्न के लिए हम किसी ईकाई में बराबर हिस्से ही क्यों करते हैं? इस माथा पच्ची से बहुत कुछ नया सीखने को मिला।

पाठ्यपुस्तकें, शिक्षक प्रशिक्षक और हम शिक्षक भिन्न को कुछ इस तरह समझाते हैं

1. किसी ईकाई के हिस्से को भिन्नात्मक संख्या से दिखाते हैं
2. इसके लिये एक आयाताकार चित्र को एक से अधिक बराबर हिस्से में बाँटकर उसमें से एक या अधिक भाग को छायांकित किया जाता है। फिर छायांकित भाग वाले हिस्सों की संख्या बटे(÷) कुल हिस्सों की संख्या को भिन्न लिखने के कायदे के रूप में बता दिया जाता है।



इस तरह के कुछ चित्रों के अभ्यास के बाद सीखने वाला चित्र में बनी आकृति को भिन्न की शब्दावली में पढ़ने लगता है। आगे इसी तरह के पहचान आधारित नियमों को जानकर वह सम भिन्न, विषम भिन्न, तुल्य भिन्न, बड़ी छोटी भिन्नों की पहचान और भिन्नों पर संक्रियायें करना भी जान जाता है। पर क्या यह पहचान आधारित जानकारी गणित या भिन्न की समझ का कोई गहरा मौका उपलब्ध कराती है?

मेरी कक्षा में मैंने बच्चों को इस तरह चित्रों से भिन्न समझाकर फिर कागज मोड़कर 1/5 दिखाया। अब मैंने बच्चों को कहा वे कागज मोड़कर मुझे 1/4 हिस्सा दिखाएं। कुछ देर बाद एक लड़की ने मुझे अपना कागज दिखाया। उसके मोड़े हुए हिस्से बराबर नहीं थे। मेरे यह

कहने पर कि उसने हिस्से बराबर नहीं किए हैं उसने मुझसे पूछा, “हिस्से बराबर क्यों होने चाहिए?”

मेरे पास तुरन्त कोई जबाब नहीं था वैसे मैं यह कह कर टाल सकता था कि 1/4 का मतलब है, किसी ईकाई के चार बराबर हिस्सों में से एक हिस्सा लिया जाना। पर उस लड़की ने यही तो सवाल किया था कि बराबर हिस्से क्यों? यह सवाल नियम ‘क्या है’ का न होकर नियम ‘क्यों है’ का था। मैंने भी इस बारे में पहले नहीं सोचा था। पर अब लगा इसे समझना चाहिए।

मैंने खुद इसे समझने के लिए एक कागज लेकर उसके चार टुकड़े किए जो बराबर नहीं थे। इनमें से एक टुकड़े को उठाकर मैंने खुद से सवाल किया, “क्या यह हिस्सा 1/4 है?”। यदि ‘हाँ’ तो क्यों और ‘नहीं’ तो क्यों नहीं।

मेरा उत्तर नहीं था, क्योंकि यदि यह टुकड़ा 1/4 होगा तो दूसरा टुकड़ा भी 1/4 होगा, तीसरा और चौथा भी 1/4 होगा। इस ईकाई के सारे 1/4 एक जैसे साइज के होने चाहिए जबकि ऐसा नहीं है। पर तभी मुझे दूसरा प्रतिकारी तर्क सूझा कि पहला टुकड़ा तो 1/4 हो सकता है, पर बाकी के तीन टुकड़े अलग अलग भिन्न के हैं क्योंकि ये एक समान आकार के नहीं हैं। चूंकि चारों टुकड़े जोड़ने पर एक ईकाई या पूरा कागज बन जाता है। जैसे $1/4 + 1/5 + 1/3 + 13/60 = 60/60 = 1$

मुझे यह तर्क अच्छा लगा पहले जबाब में मुझे लगा नियम हावी हो रहा था। खैर यदि मैं मान लूँ कि कागज का यह पहला टुकड़ा 1/4 हो सकता है और बाकी तीन टुकड़े अलग अलग भिन्न के तो मैं कैसे जानूँ कि यह पहला टुकड़ा 1/4 ही है?

यह सवाल बदलकर कुछ इस तरह का हो सकता है - यदि किसी ईकाई में से हम एक टुकड़ा निकाल लें और अब हमें यह तय करना है कि ये टुकड़ा कितना बड़ा है। (दैनिक समस्याओं में तो भिन्न इसी रूप में आती हैं) मैंने एक दूसरा कागज लिया और उसमें से एक टुकड़ा फाड़ लिया। मुझे कागज के इस हिस्से का मान पता करना था।

कहते हैं गणित हमें तार्किक बनाता है, जब हम किसी आकार या मात्रा की माप या गणना करते हैं तो किसी निश्चित ईकाई से उस आकार या मात्रा की तुलना करते हैं। यह मापक ईकाई उसमें कितनी बार आई है। यह तुलना ही मात्रा की गणना का आधार है। जैसे 40 पेज की कापी में, पेज की ईकाई 40 बार आई है। उसमें 40 पेज हैं। यह अजीब लगे तो ऐसे भी कह सकते हैं कि 5 मीटर लम्बे कमरे में मीटर की ईकाई लम्बाई में 5 बार आएगी। इसी तर्क का इस्तेमाल हमारे इस कागज के टुकड़े को नाम देने के लिए किया जा सकता है।

इस टुकड़े की तुलना उस पूरे कागज से करनी होगी, जिसका यह हिस्सा है। इसके लिए मैं इस टुकड़े को कागज पर जमाता हूँ, और इसके आकार को पेन्सिल से चिन्हित करता जाता हूँ। इस तरह टुकड़े से पूरे पेज को नापता हूँ। इस तरह जमाने पर यह टुकड़ा 5 बार पूरा जमा 6वीं नाप में पेज से बाहर निकल रहा था। यदि यह टुकड़ा 6 बार पूरा पूरा कागज पर जम जाता तो हम कहते पूरा कागज इस टुकड़े से 6 गुना बड़ा है या यह टुकड़ा पूरे कागज का छटवाँ हिस्सा है और इसे $1/6$ लिखेंगे।

परन्तु यह टुकड़ा कागज पर पूरा-पूरा नहीं जमा, यानी 5 बार जमाने पर कागज बच गया और 6 बार में टुकड़े का हिस्सा कागज से बाहर निकल गया। अब मैंने फिर तर्क का सहारा लिया। इस टुकड़े को छोटा करना होगा! मैंने

टुकड़े के दो बराबर हिस्से किये और इन छोटे हिस्सों को पूरे कागज पर जमाया। यह हिस्सा 13 बार जमाने पर पूरा पूरा जम गया। टुकड़े का आधा हिस्सा 13 बार पूरे कागज पर जमा। कागज के 13 भागों में से दो भाग हमारे पास हैं इसे हम $2/13$ लिखेंगे। अब मैं समझा कि सभी टुकड़े बराबर नहीं होंगे तो हम यह नहीं कह सकेंगे कि लिया गया टुकड़ा कितना हिस्सा है। अतः सरल यही है कि टुकड़े बराबर रखे जाएं।

यह करने के बाद मैंने बच्चों से बात की। मैंने हर बच्चे को एक एक चौकोर कागज दिया और उनसे पूछा कि आपके पास कितने कागज हैं सबने कहा एक है।

उसमें से एक टुकड़ा फाड़ने को कहा। अब उनसे पूछा कि आपने जो टुकड़ा फाड़ा है वह कितना है? बच्चों ने जबाव नहीं दिया। फिर मैंने कहा कि क्या ये टुकड़ा एक है? कुछ ने कहा हाँ, कुछ ने कहा नहीं। मैंने दोहराया कि एक तो हमने पूरे कागज को कहा था क्या ये पूरा कागज है? सभी ने एक साथ कहा नहीं! एक से छोटा है।

फिर मैंने अलग अलग उदाहरणों से तुलना करने की चर्चा की और टुकड़े की तुलना पूरे कागज से करायी।

इस तरह हम किसी ईकाई के हिस्से को मात्रात्मक मान देने के अनुभव से गुजरे। मुझे लगा कि यह पहले से बराबर किए हिस्से में से हिस्सों को लेकर भिन्न दिखाने से अधिक तार्किक था।

मेरा यह मानना है कि ऐसी खोजबीन से मेरी भी बेहतर समझ बनी और बच्चों ने भी कुछ नया सीखा। हो सकता है यह उलझा हुआ तरीका हो किन्तु हम सब को इस माथा पच्ची से फायदा हुआ। मैं आप लोगों की भी प्रतिक्रिया इस अनुभव पर चाहता हूँ।